

## 2024 年《量子场论》课期末小论文候选题目

- 1. 量子场论中的五条基本假设。**请梳理量子力学和高等量子力学中的基本假设，把本课程中所采用的量子场论五条基本假设与之对比。请解释五条基本假设中的狭义相对论的两条假设到底取代了量子力学或高等量子力学中的哪些原有假设？给出这种取代的直观理解和解释。在温伯格的体系中有哪一些假设，在后续的理论构建中实际使用了，确没有被放进五条基本假设？如何理解和评价温伯格所做的这种选择？特别是在推导过程中经常使用的“在物理上没看到，因而被舍弃”的一些情况，这种情形和在理论框架中的一开始做基本假设是什么关系？
- 2. 叠加原理。**请仔细分析态的叠加原理在量子场论中的作用，特别是它与物质的波动性及粒子性之间的相互关系？单粒子态的引入对叠加原理造成什么样的影响？请探寻一下可能的叠加原理不成立的例子。
- 3. 量子场论与高等量子力学。**请详细阐述、并解释清楚在高等量子力学中所出现的“负能问题”、“粒子数不守恒问题”、“负几率问题”都具体是怎样在量子场论中被解决的？特别是狄拉克的空穴理论在量子场论中是以什么样的形式出现、并怎样替换原来的空穴理论的？
- 4. Wigner 定理。**Wigner 定理的证明是在有限维的 Hilbert 空间中完成的，推广到无穷维的 Hilbert 空间，甚至是不可数的无穷维，会对证明造成什么影响？如何解读这个定理中给出的结论“对称变换由么正线性/反么正反线性算符表示”，看起来像是一个为了方便而选取的条件？其线性性在定理中的影响究竟有多大？反么正算符相比么正算符除了数学上的对称性区别，物理上有什么图像和意义？在时空可以相互变换的意义上，时间反演的反么正会不会与空间反射的么正属性发生冲突，为什么？
- 5. 单粒子态。**请梳理温伯格给出的单粒子态定义，它到底包含了传统粒子的图像和观念（包括经典力学中的单粒子，量子力学和高等量子力学中的单粒子）中的哪些性质？没有包含哪些性质？它是如何体现出“单粒子”的属性的？量子力学中的束缚态、散射态、共振态和这里的单粒子态是什么关系？这样定义的单粒子态有没有蕴含、蕴含了多少波动的性质？
- 6. 相角任意性。**我们的量子场论在不同的地方都使用了相角任意性，如：Wigner 定理，单粒子态…等等。这些选

择之间不会发生冲突吗？不同基的相角选择会不会产生干涉效应？

**7. 无质量作为有质量在质量趋于零时的极限。**结合学长刘长礼葛峰峻的工作更进一步深入研究，有质量的粒子在量子场论的质量趋于零的极限下，究竟发生了些什么样的质量消失的具体物理现象？如何理解有质量与无质量之间的根本区别？那些粒子零质量相比有质量时少了的自由度究竟是怎么丢失，丢失的细节是什么？这个极限有无可能用于理解我们没有看到的那些零质量的连续自由度，为什么？

**8. 有质量单粒子态小群的图像：**请给出教案上给出的有质量单粒子态小群的具体计算的物理图像和理解，特别是为什么会有一个  $k/\alpha$  的项？这个正比于  $k$  的项的物理含义和意义是什么？

**9. 无质量单粒子态小群的图像：**请给出教案上给出的无质量单粒子态小群的具体计算的物理图像和理解。

**10. 无质量单粒子态的球极投影图像：**请给出无质量单粒子态的 ISO (2) 平移和转动的球极投影的物理图像和理解。

**11. 单粒子态的空间反射变换：**比较单粒子态在有质量和无质量情形下的空间反射变换，有什么不一样的地方？如何理解和解释？

**12. 单粒子态的时间反演变换：**如何理解对单粒子态的时间反演变换，变换后有质量的态有一个尚不确定的相角，而无质量的态的变换后的相角却是完全确定的？这对 CPT 定理会有什么影响？

**13. P 对称性的破坏：**我们如此构建的量子场论针对不具有 P 对称性，或不具有 CP 对称性的系统，应该怎样处理就可以使用？

**14. 全同性。**为什么只有在微观世界才会有全同性，为什么在经典世界没有全同性？单粒子态的定义天然就隐含包含了全同性吗？微观粒子的自由度是有限的，这点又是如何保证的呢？界定宏观和微观的界限在哪里？在这个过渡的边界区域到底发生了什么，全同性又是怎样产生或消失的？

**15. 1+2 维时空中的统计：**在 1+3 维时空中允许的统计是玻色统计和费米统计，如果空间降了一维，在 1+2 维时空中的统计是什么？在这样的统计下的量子场论的量子化条件是什么？产生湮灭算符是咋样的？它所对应的路径积分变量应该如何写？它和辫子群是什么关系？

**16. 进态与出态。**如何理解进态和出态是有相互作用，但相互作用没有效果的态？进出态的定义似乎把时间放在了一个独特的位置。而狭义相对论中时间并没有特殊的地位。所以是否可以类似进出态的定义，在类时曲面上定义类似的态？有一些带有自相互作用的粒子，比如胶子，非阿贝尔的规范玻色子，它们永远都是有相互作用的。那么如何恰当地定义和分析它们的进态与出态？

**17. 相互作用的绝热引入与撤除。**在量子场论对散射问题的处理中，涉及从无穷过去的进态出发，随着时间的演化，逐渐绝热地引入相互作用，以及在体系发生相互作用后又随时间的演化，逐渐地撤除相互作用，最后达到无穷将来的出态。这个相互作用的引入和撤除为什么一定必须是绝热的？如何实现绝热？如果出现无法实现的情况，如何处理？

**18. 自由的多粒子态形成希尔伯特态空间的完备集。**这在什么条件下成立？请证明，并给出可能的理解与物理图像。

**19. Cluster Decomposition 原理。**它是一个基本假设，还是可以推导出来定理？它在温伯格的量子场论体系中是否可以被去掉？它和量子力学中的纠缠现象是否会发生矛盾？

**20. 量子场论中的纠缠现象。**请予以讨论，特别是有别于量子力学和高等量子力学的那些只有在量子场论中才出现的部分，例如最近在高能实验中做出的各种纠缠现象。

**21. 产生与湮灭算符。**如何理解产生算符的厄密共轭算符是湮灭算符？产生及湮灭算符存在本征态吗？如果存在，其本征态和本征值的物理图像和含义是什么？又如何理解在定义了动量空间的产生与湮灭算符后，我们确无法以此为基础构造出精确的坐标空间的产生与湮灭算符？

**22. 量子场。**场的物理意义和物理图像是什么，这个概念有什么优越性？从定义上看，一个场似乎涉及到所有不同

动量的粒子的产生湮灭算符,为什么我们还能说某个场对应某个粒子?凭什么说场可以看作是对某一个时空点的激发或者扰动?场和波函数之间是什么关系?量子场和经典场之间又是什么关系?

**23. 坐标空间的产生湮灭算符。**可不可能最开始的单粒子态不在动量空间定义,而改在时空坐标空间定义?进而再在动量空间定义量子场?如果行,请把理论体系构建起来,如果不行,请指明原因。

**24. 场的自旋与态的自旋:**场的自旋与态的自旋之间是什么关系?如何理解洛伦兹群的生成元在态空间必须是厄密的,而在场空间确一定不是厄密的?有人说,洛伦兹群是非紧致李群(李代数),它的有限维表示(除了恒等表示)都不是厄米的,它的厄米表示都是无限维的。这看起来与 Wigner 定理要求态空间的连续变换是么正的(因而生元是厄米的)相互矛盾?

**25. 标量场。**如何理解实(自共轭)标量场描写的是粒子等价于反粒子的标量粒子?能否直观地理解场所满足的 KG 方程既是粒子所满足的质壳条件这一结果?场的零点能是怎么出现的,如何理解?能否实质性地避免?怎么看出自由的标量场系统实际上就是一组谐振子的体系?

**26. 旋量场。**如何理解我们用 Clifford 代数构建的旋量场的洛伦兹群生成元实际上是两个互不等价的旋量表示的直和?有无办法,或额外施加一些条件使它只包含一个表示呢?在 1+3 维时空,Clifford 代数的基是 4 维的与旋量的基本表示是二维的有什么内在关系吗?能不能按照态空间的自旋 1/2 洛伦兹变换生成元表示来构造场空间的生成元?

**27. 螺旋度的本征态。**如何理解对零质量的旋量场,要把  $u$  和  $v$  的  $\sigma$  的不同分量按照教案上给出的那种方式进行如此的线性叠加,才能给出具有确定的螺旋度的本征态?通过无质量的产生湮灭算符能否正好构造出由有质量场叠加得到的具有确定螺旋度的旋量场?

**28. Majorana 费米子的质量。**请针对自由旋量场作用量中的费米子质量项,在动量空间中用产生湮灭算符分别写出 Dirac 费米子的质量项、Majorana 费米子质量项,把它们进行比较和讨论。再在动量空间进行对角化,讨论质量的跷跷板机制,并从这个机制的视角分析当前市场上所有的中微子理论模型。

**29. 中子。**中子虽是不带电的费米子，但确不是 Majorana 费米子，因此中子和反中子可以发生湮灭反应。请调研并介绍中子与反中子的湮灭反应的理论和实验研究情况。

**30. 矢量场。**如何直观地理解矢量场是左右手自旋都为  $1/2$  的场，而不是左右手自旋一个为  $1$  另一个为零的场？请讨论量子场论是如何把一个场自旋为  $1$  的三个自由度的矢量场，纳入到一个四个自由度的四矢量体系中的？它与自旋为零的标量场有关系吗？如果这个矢量场的质量为零，又是如何进一步让场的三个自由度变成两个的？

**31. 规范对称性。**请给出对零质量自由矢量场，洛伦兹对称性要求理论具有  $U(1)$  规范对称性的图像化理解和直观解释。为什么对零质量标量场和旋量场，洛伦兹对称性本身不要求引入规范对称性？还有没有其它的洛伦兹对称性不要求引入规范对称性的零质量场，为什么？当这个零质量矢量场从自由场推广到具有相互作用的场时，这个规范对称性一定要继续保持吗？还是可能会被丢弃？如果保持，有可能推广吗，例如可不可以推广到非阿贝尔规范对称性？如果可以，有什么依据和额外的要求吗？

**32. 无质量量子场的分立对称性。**请推导无质量量子场的 C、P、T 对称性，并讨论它们与有质量量子场对应的结果之间的关系，讨论有质量和无质量场的分立对称性是否有可能具有一致的结果，如果不能，请解释其原因。

**33. 任意自旋场。**依据温伯格给出的任意自旋场用 CG 系数表达的  $u$ 、 $v$  解，构造其所满足的场方程，并证明当自旋为  $1/2$  时，它回到 Dirac 方程。

**34. 生成元的厄密性。**证明任意自旋的洛伦兹变换生成元，总可以通过相似变换把 AB 自旋变成厄米算符。

**35. 任意自旋场的收缩：**依据温伯格给出的任意自旋场用 CG 系数表达的  $u$ 、 $v$  解，构造其收缩，也就是自由场的传播子，并证明当自旋为  $0$  和  $1/2$  时，它回到标量场和旋量场的收缩。并依据此结果，把第三章第三节通过标量场和矢量场传播子计算标量和矢量粒子之间相互作用力的计算推广到任意自旋的粒子。

**36. 任意自旋场的场方程：**请推导任意自旋场的场方程，要求这个方程在自旋  $1/2$  的情形能够回到狄拉克方程。

**37. Hagg 定理。**请用本课程的表述方式和语言来表述这个定理，特别是这个定理指明我们教案中的绘景定义哪里出现了问题？出现了什么问题？在此基础上，请进一步介绍这个定理的后续研究和发展现状。

**38. Wick 定理与路径积分。**请用路径积分推导和证明 Wick 定理。

**39. 约化公式。**利用温伯格用 CG 系数给出的  $u$ 、 $v$  的一般表达式，给出对任意自旋场的约化公式。

**40. 两点格林函数。**证明两种形式的谱函数  $\rho$  和  $\tilde{\rho}$  相等；把两点函数的第二黎曼面推广到第三黎曼面；把第二黎曼面与第一页的连接从割线的上沿改为下沿，会造成第二黎曼面的什么变化？请进一步讨论在实际计算中，如何判断一个复平面上的极点到底是位于哪个黎曼面上？

**41. 路径积分与正则体系。**讨论什么情形下正则量子化与路径积分量子化不再等价？

**42. 传播子中的  $i0+$ 。**请从你所知道的不同方面尽可能全面地介绍和诠释传播子中出现的  $i0+$  项的数学和物理来源、物理和数学含义、图像，和所起的作用。

**43. 路径积分的定义。**在我们现在把时空分立成离散的格点情形下定义的路径积分的基础上，有可能通过一些操作（例如取极限）得到真正连续时空中的路径积分吗？退回到高斯型的路径积分：如何理解只考虑经典位形的结果与严格计算的结果完全一样？能否在其中区分连续位形与不连续位形各自的贡献？

**44. 路径积分与编时乘积。**如何理解路径积分一定计算的是正则体系中场的编时乘积、而不是其它类型乘积的真空期望值？时序在路径积分中为何如此重要？

**45. 路径积分与作用量。**如何理解路径积分里面的权重正好是作用量？

**46. 作用量与格林函数。**如何理解作用量与格林函数集，也就是生成泛函互为泛函傅里叶变换？

47. 量子与经典的场方程。请讨论量子的场方程(Schwinger-Dyson)方程与经典场方程的异同。

48. 量子与经典的诺特定理。请讨论量子的诺特定理—Ward-Takahashi-Taylor 恒等式与经典的诺特定理的异同。

49. 平庸性。为什么在高于 1+3 维的时空中  $\phi^4$  理论是平庸的？怎样才能看出来，又如何理解？

50. 四费米理论的可重整性。如何理解 1+2 维时空中的四费米理论是可重整的？这似乎与第四章给出的可重整理论的一般讨论并不相符。